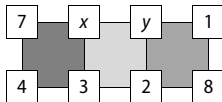


Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике ученика основних школа
27.02.2016.

III разред

1. Дигитални сат показује време 20:16. Које ће време сат показивати за 9 сати и 56 минута?
2. Сања је саставила три троцифрена броја користећи девет различитих цифара. Те бројеве је сабрала. Колики је најмањи збир Сања могла да добије?
3. Пеца треба да упише бројеве уместо слова x и y у тако да зборови бројева који су уписани у теменима сваког од три обојена квадрата буду једнаки. Израчунај збир бројева које Пеца треба да упише уместо слова x и y .



4. Пера има 5 гусака које носе једно јаје сваког дана, 5 гусака које носе једно јаје сваког другог дана и још 5 које носе једно јаје сваког четвртог дана. Колико јаја снесу тих 15 гусака за 20 дана?
5. Дешифруј множење:

$$AAA \cdot B = CCC.$$

Различита слова замени различитим, а иста слова истим цифрама. Нађи сва решења.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

III РАЗРЕД

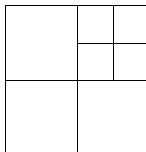
Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (МЛ 50/3) За 9 сати сат ће показивати 05:16 (10 поена). Како је до пуног сата потребно још 44 минута, након 56 минута сат ће показивати 06:12 (10 поена).
2. Како тражимо најмањи збир, то на месту већих месних вредности треба да буду што мање цифре. Тако на месту стотина у та три броја треба да буду цифре 1, 2, 3 (5 поена), на месту десетица 0, 4, 5 (5 поена), а на месту јединица 6, 7, 8 (5 поена). На месту јединица најмањег збира биће цифра 1 ($6 + 7 + 8 = 21$), на месту десетица 1 ($0 + 4 + 5 + 2(\text{пренос}) = 11$), а на месту стотина 7 ($1 + 2 + 3 + 1(\text{пренос}) = 7$). Дакле, тражени збир је 711 (5 поена).
3. (МЛ 50/1) Како збир бројева у теменима другог и трећег квадрата мора бити једнак, имамо: $x + 3 = 1 + 8$, из чега можемо закључити да је $x = 6$ (10 поена). Сада је збир бројева у теменима једног квадрата 20, па је $y = 9$ (5 поена) и $x + y = 15$ (5 поена).
4. Једна гуска која носи сваког дана по једно јаје за 20 дана снесе 20 јаја, а пет таквих гусака 100 јаја (5 поена). Једна гуска која сваки други дан снесе јаје за 20 дана снесе 10 јаја, а пет таквих гусака 50 јаја (5 поена). Једна гуска која сваки четврти дан снесе јаје за 20 дана снесе 5 јаја, а пет таквих гусака 25 јаја (5 поена). Дакле, тих 15 гусака за 20 дана снесе $100 + 50 + 25 = 175$ јаја (5 поена).
5. $222 \cdot 3 = 666$; $222 \cdot 4 = 888$; $333 \cdot 2 = 666$; $444 \cdot 2 = 888$ (Свако тачно решење по 5 поена).

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике ученика основних школа
27.02.2016 – IV разред

1. Сестре Ена и Мила сада имају 12 и 15 година. За осам година њихова мајка ће имати онолико година колико ће имати Ена и Мила укупно. Колико година има њихова мајка сада?
2. Сваком од петоро деце бака је дала једнак број јабука. Када су деца појела по четири јабуке, остало им је укупно онолико колико је добило свако дете на почетку. Колико јабука је добило свако дете?
3. Ана, Бранка и Вера су поделиле међу собом шест карата. На картама су бројеви 1, 2, 3, 4, 5, 6. Свака је добила по две карте. Збир бројева на Аниним картама је 5, на Бранкиним 7, а на Вериним 9. Бар једна од њих добила је карте са узастопним бројевима. Које карте је свака од њих добила?
4. Збир три различита природна броја је 2016.
 - а) Одреди те сабирке, тако да разлика највећег и најмањег од њих буде највећа могућа.
 - б) Одреди те сабирке, тако да разлика највећег и најмањег од њих буде најмања могућа.
5. Квадрат странице 2016cm подељен је на 7 мањих квадрата, као на слици. Израчунај збир обима свих тих мањих квадрата.



Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

IV РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (МЛ 49/2) За 8 година Ена ће имати 20, а Мила 23 године (5 поена). Тада ће њихова мајка имати $20 + 23 = 43$ године (5 поена), што значи да сада има $43 - 8 = 35$ година (10 поена).
2. (МЛ 49/4) Ако са x означимо број јабука које је добило свако од петоро деце, тада је $x - 4$ број јабука које су остале сваком детету (кад су појели по 4 јабуке). Дакле: $5 \cdot (x - 4) = x$ (10 поена), $5x - 20 = x$, $4x = 20$, $x = 5$. Свако дете је добило 5 јабука (10 поена).
3. Могуће комбинације карата су следеће - Ана: $1 + 4 = 5$, $2 + 3 = 5$; Бранка: $1 + 6 = 7$; $2 + 5 = 7$; $3 + 4 = 7$; Вера: $3 + 6 = 9$; $4 + 5 = 9$ (5 поена).
Прво решење: Како бар једна мора да има карте са узастопним бројевима, то или Ана има карте 2 и 3, или Бранка карте 3 и 4, или Вера карте 4 и 5. Бранка не може имати карте 3 и 4 јер тада Ана и Вера не би могле да имају тражене збирове на картама (10 поена). Ако Ана има карте 2 и 3, Вера 4 и 5, а Бранка 1 и 6, сви услови задатка су задовољени (5 поена).
Друго решење: Бранка не може имати карте 3 и 4 јер се у сваком могућем случају код Ане или код Vere мора налазити једна од те две карте. Преостају две могуће комбинације (Ана: $2+3$, Бранка: $1+6$, Вера: $4+5$, или Ана: $1+4$, Бранка: $2+5$, Вера: $3+6$) (10 поена). Само прва од тих комбинација задовољава услов да бар једна од њих има карте са узастопним бројевима (5 поена).
4. а) Да би разлика била највећа умањилац мора бити најмањи могућ, а умањеник највећи могућ. Због тога најмањи број треба бити 1. Други број такође треба бити што мањи, а како су три различита броја, други број ће бити 2. Збир три броја је 2016, па је највећи од њих $2016 - 1 - 2 = 2013$ (10 поена, бодовати максималним бројем поена и ако нема објашњења).
б) Разлика је најмања ако су та три броја узастопна. Како је $2016 : 3 = 672$, то су тражени бројеви 671, 672 и 673 (10 поена, бодовати максималним бројем поена и ако нема објашњења).
5. Од 7 добијених квадрата 3 већа имају једнаке странице и њихова дужина је 2016cm : $2 = 1008$ cm (5 поена). Преостала 4 квадрата такође имају једнаке странице чије су дужине 1008 cm : $2 = 504$ cm (5 поена). Тражени збир обима је
 $3 \cdot (4 \cdot 1008$ cm) + $4 \cdot (4 \cdot 504$ cm) (5 поена)
 $= 12096$ cm + 8064 cm = 20160 cm (5 поена).

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике ученика основних школа
27.02.2016.

V разред

- Одреди све скупове X за које важи
 $\{a, b, c\} \cup X = \{a, b, c, d\}$.
- Одреди природан број n који је дељив са 3 и задовољава услов
 $\frac{4}{9} < \frac{n}{2016} \leq \frac{25}{56}$.
- Од две кутије шиблица величине $6\text{cm} \times 4\text{cm} \times 1\text{cm}$ сложен је један квадар. Коју вредност може имати површина тог квадрата?
- Одреди најмањи природан број који при дељењу са 3 даје остатак 2, при дељењу са 5 даје остатак 3 и при дељењу са 7 даје остатак 5.
- На табли је написан број 201602. Два дечака играју игру у којој наизменично вуку потезе. Један потез се састоји у повећавању за по 1 неке две (произвољно изабране) цифре претходно добијеног броја. Победник је онај после чијег потеза су све цифре написаног шестоцифреног броја једнаке. Да ли у овој игри може постојати победник?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

- Скуп X може бити један од следећих осам скупова:
 $\{d\}, \{a, d\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\}$.
(1 скуп тачно наведен: 0 поена; 2–4 скупа: 5 поена; 5–6 скупова: 10 поена; 7 скупова: 15 поена; сви тачно наведени: 20 поена. За сваки нетачно наведени скуп одузети 2 поена. Укупан број поена не може бити негативан).
- (МЛ 49/3) Како је $2016 = 4 \cdot 9 \cdot 56$, то полазну неједнакост можемо написати у облику $\frac{896}{2016} < \frac{n}{2016} \leq \frac{900}{2016}$, па је сада $896 < n \leq 900$ (10 поена). Како n мора бити и дељиво са 3, то имамо два решења: 897 и 900 (свако решење по 5 поена).
- Површина једне шиблице је $2 \cdot (6\text{cm} \cdot 4\text{cm} + 6\text{cm} \cdot 1\text{cm} + 4\text{cm} \cdot 1\text{cm}) = 68\text{cm}^2$. Површина две шиблице је 136cm^2 (5 поена). Површина квадрата у cm^2 добија се када се од 136 одузму површине две стране шиблице које се поклапају у спајању. Дакле, у зависности од начина спајања површина добијеног квадрата може бити: $136\text{cm}^2 - 2 \cdot 6\text{cm} \cdot 4\text{cm} = 88\text{cm}^2$; $136\text{cm}^2 - 2 \cdot 6\text{cm} \cdot 1\text{cm} = 124\text{cm}^2$; $136\text{cm}^2 - 2 \cdot 4\text{cm} \cdot 1\text{cm} = 128\text{cm}^2$ (свако тачно решење по 5 поена).
- Ако траженом броју додамо 2 он ће бити дељив и са 5 и са 7, тј. биће дељив са 35. Дакле, тражени број је облика $35k - 2$ (10 поена) ($k \in \mathbb{N}$), па он може бити 33, 68, 103, ... Провером закључујемо да је најмањи међу овим бројевима који при дељењу са 3 даје остатак 2 број 68 (10 поена).
- (МЛ 49/5) Збир цифара броја 201602 је 11, тј. непаран број. Ако један дечак повећава за по 1 две цифре, то ће после његовог потеза збир цифара новог броја бити за 2 већи од претходног па ће и он бити непаран. Ако победник треба да има 6 једнаких цифара у броју, њихов збир мора бити паран, а како се то не постиже ни после једног потеза два дечака, то у игри не постоји победник (20 поена). Не признавати одговор НЕ ако је без образложења).

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике ученика основних школа
27.02.2016.

VI разред

- Дужине страница троугла ABC , у сантиметрима, су цели бројеви, при чему је $b = 3a$. Ако је $c = 36\text{cm}$, коју најмању, а коју највећу вредност може имати обим тог троугла?
- Да ли се квадратна табла 3×3 може попунити бројевима $-3, 0, 3$ тако да збир бројева у свакој колони, врсти и дијагонали буде различит?
- Нека је $ABCD$ квадрат, а CDE једнакостранични троугао у спољашњости тога квадрата. Нека је F пресек дужи AE и CD . Одреди величину угла EFC .
- Колико има природних бројева који су делиоци броја:
а) 2015; б) 2016?
- Нека су a, b, c, d, e, f, g бројеви 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 у неком редоследу. Докажи да је $(a-1)(b-2)(c-3)(d-4)(e-5)(f-6)(g-7)$ паран број.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

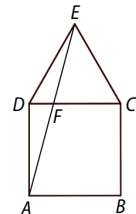
VI РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (МЛ 50/1) Из неједнакости која важи за однос страница у троуглу следи $b - a < c < b + a$, тј. $2a < 36\text{cm} < 4a$ (5 поена), одакле је $9\text{cm} < a < 18\text{cm}$, дакле $10\text{cm} \leq a \leq 17\text{cm}$ (10 поена). Како је обим троугла једнак $O = a + b + 36 = 4a + 36\text{cm}$, најмања могућа вредност обима је 76cm , а највећа 104cm (5 поена).

2. Не може. Збир три броја од којих сваки припада скупу $\{-3, 0, 3\}$ може бити $-9, -6, -3, 0, 3, 6, 9$, па постоји 7 могућих збирова. Како врста, колона и дијагонала има 8, по Дирихлеовом принципу у бар две од њих би збир био исти (20 поена).

3. Тругао AED је једнакокрак па је $\sphericalangle ADE = 150^\circ$ и $\sphericalangle DEA = 15^\circ$ (5 поена). Како је $\sphericalangle DEC = 60^\circ$, то је $\sphericalangle FEC = 45^\circ$ (5 поена). Из троугла EFC добијамо $\sphericalangle EFC = 180^\circ - \sphericalangle FEC - \sphericalangle ECF = 75^\circ$ (10 поена).



4. (МЛ 50/1) а) $2015 = 5 \cdot 13 \cdot 31$. Бројеви 5, 13, 31 се могу као фактори делиоца појавити 0 или 1 пут. Број делилаца броја 2015 је $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ (7 поена).

б) Растављањем броја 2016 на просте чиниоце добијамо да је $2016 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7$ (3 поена). Број 2 се као фактор делиоца појављује 0, 1, 2, 3, 4 или 5 пута, број 3 се појављује 0, 1 или 2, а број 7 се појављује 0 или 1 пут. Закључујемо да број 2016 има $(5 + 1) \cdot (2 + 1) \cdot (1 + 1) = 6 \cdot 3 \cdot 2 = 36$ делилаца (10 поена).

5. Међу датим бројевима три су парна и четири непарна (5 поена). Међу бројевима a, c, e, g барем један је непаран, па је барем једна од разлика $a - 1, c - 3, e - 5, g - 7$ паран број, одакле и цео производ мора бити паран број (15 поена).

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике ученика основних школа
27.02.2016 – VII разред

1. Колико има троцифрених бројева у чијем се запису појављују тачно две једнаке цифре?
2. У бубњу је 11 куглица и на свакој од њих је записан по један број из скупа $\{2^2, 2^4, \dots, 2^{13}\}$. На случајан начин се истовремено извлаче 3 куглице из бубња.
 - а) Да ли се може добити да производ бројева са извучених куглица буде 2^{17} ако је на једној од извучених куглица записан број 2^{11} ?
 - б) На колико различитих начина се може добити да производ бројева са извучених куглица буде 2^{17} ?
3. Колико има бројева мањих од 1000 који се завршавају цифром 3 и једнаки су збиру квадрата два проста броја?
4. Једнакостранични троугао AMN уписан је у квадрат $ABCD$ тако да теме M припада дужи BC , а теме N дужи CD .
 - а) Докажи да је права AC оса симетрије троугла AMN .
 - б) Израчунај дужину странице тог троугла ако је дужина странице квадрата једнака $\sqrt{3} + 1$.
5. Дијагонале конвексног четвороугла $ABCD$ секу се у тачки O и деле четвороугао на троуглове OAB , OBC , OCD и ODA . Докажи да је производ површина троуглова OAB и OCD једнак производу површина троуглова OBC и ODA .

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

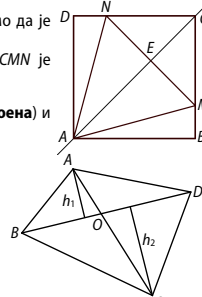
Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (МЛ 49/5) Има девет троцифрених бројева у којима се два пута појављује цифра 0 (при чему 0 не може бити прва цифра) (5 поена). Посматрајмо сада цифре различите од нуле. Нека се таква цифра појављује тачно два пута. Ако се она не појављује на првом месту, онда цифра на првом месту може бити нека од осам цифара, различитих од те цифре и од нуле (5 поена). У остала два случаја (кад се иста цифра појављује као прва и друга или као прва и трећа), онда трећа цифра у запису може бити било која од преосталих 9 цифара (5 поена). Дакле, број тражених бројева је $9 + 9 \cdot 8 + 2 \cdot 9 \cdot 9 = 9 + 72 + 162 = 243$ (5 поена).
2. а) Не може. Производ две извучене куглице може бити најмање $2^7 (=2^2 \cdot 2^4)$, а како је извучена куглица 2^{11} на преостале две куглице производ не може да буде 2^8 (8 поена).
б) На 5 различитих начина: $2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^{10}$, $2^3 \cdot 2^5 \cdot 2^9$, $2^3 \cdot 2^6 \cdot 2^8$, $2^4 \cdot 2^5 \cdot 2^8$, $2^4 \cdot 2^6 \cdot 2^7$.
(1 решење: 2 поена, 2 решења: 4 поена, 3 решења: 6 поена, 4 решења: 8 поена, свих 5 тачних решења: 12 поена)
3. Како су тражени бројеви једнаки збиру квадрата два проста броја и непарни су, закључујемо да један од та два броја мора бити паран, тј. 2 (5 поена). Како се збир завршава цифром 3, а један сабирак је $2^2 = 4$, квадрат другог броја мора да се завршава цифром 9, тј. број се мора завршавати цифром 3 или 7 (5 поена). Закључујемо да други број може бити 3, 7, 13, 17 и 23 (5 поена), па постоји 5 тражених бројева ($2^2 + 3^2 = 13$, $2^2 + 7^2 = 53$, $2^2 + 13^2 = 173$, $2^2 + 17^2 = 293$, $2^2 + 23^2 = 533$) (5 поена).
4. а) Означимо са a дужину странице квадрата, а са x дужину странице троугла. $\triangle ABM \cong \triangle AND$ ($\angle C$: $\angle ABM = \angle ADN = 90^\circ$, $AB = AD$, $AM = AN$). Из подударности је $\angle BAM = \angle DAN = 15^\circ$, па је $\angle MAC = \angle NAC = 30^\circ$, значи $AC \perp MN$, а одатле је AC оса симетрије троугла AMN (5 поена).
б) Нека је E пресек дијагонале AC и странице MN . Имамо да је
 $AE = \frac{x\sqrt{3}}{2}$, док из једнакокрако-правоуглог троугла CMN је
 $CE = \frac{x}{2}$. Како је $a\sqrt{2} = AC = AE + CE = \frac{x\sqrt{3}}{2} + \frac{x}{2}$ (10 поена) и
 $a = \sqrt{3} + 1$, страница троугла је $x = 2\sqrt{2}$ (5 поена).
5. (МЛ 48/1) Означимо површине наведених троугло-ва редом са S_1, S_2, S_3, S_4 . Нека су h_1 и h_2 дужине нормала из тачака A и C редом на дијагонали BD . Видимо да је h_1 заједничка висина троуглова OAB и ODA из темена A , док је h_2 заједничка висина троуглова OBC и OCD из темена C . Тада је
 $S_1 = \frac{1}{2} \cdot BO \cdot h_1$, $S_2 = \frac{1}{2} \cdot BO \cdot h_2$, $S_3 = \frac{1}{2} \cdot DO \cdot h_2$, $S_4 = \frac{1}{2} \cdot DO \cdot h_1$, (15 поена)
одакле се види да је $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4 = \frac{1}{4} \cdot BO \cdot DO \cdot h_1 \cdot h_2$ (5 поена).



Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике ученика основних школа
27.02.2016.

VIII разред

1. Реши једначину $\left| \frac{x-2}{3} - \frac{6-2x}{4} \right| = 2$.

2. Правилна тространа призма $ABCA_1B_1C_1$ основне ивице 10cm пресечена је са равни одређеном тачкама A, B и C_1 . Ако је површина пресека једнака 60cm^2 одреди запремину призме.

3. Дрвена коцка је обојена споља, а затим исечена на једнаке мале коцке (њих најмање 27). На колико је малих коцки исечена велика коцка ако се зна да међу малим коцкама има исто толико коцки са једном обојеном страном колико и оних код којих ниједна страна није обојена?

4. Тачке A, B и C су са исте стране пројекцијске равни и од ње су удаљене редом 7cm, 17cm и 27cm. Дужина тежишне дужи AD троугла ABC је 25cm. Одреди дужину пројекције дужи AD на ту пројекцијску раван.

5. Збир 12 различитих природних бројева је 83. Докажи да је производ тих бројева дељив са 420.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VIII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (МЛ 48/1) Сређивањем добијамо $\left| \frac{5x-13}{6} \right| = 2$ (5 поена). Сада је $\frac{5x-13}{6} = 2$

или $\frac{5x-13}{6} = -2$ (10 поена; 0 ако се наведе само једна могућност), одакле је $x = 5$

или $x = \frac{1}{5}$ (5 поена).

2. Нека је D подножје нормале из C_1 на AB . Троугао ABC_1 је једнакокрак и његова површина је $\frac{AB \cdot C_1D}{2} = 60\text{cm}^2$,

одакле је $C_1D = 12\text{cm}$ (5 поена). Троугао CDC_1 је правоугли и важи $C_1D^2 = CD^2 + CC_1^2$. Како је CD висина једнакокракног троугла то је $CD = 5\sqrt{3}\text{cm}$, а одатле је $CC_1 = \sqrt{69}\text{cm}$

(10 поена). Запремина призме је $75\sqrt{23}\text{cm}^3$ (5 поена).

3. Број малих коцки мора бити куб природног броја. Нека је n^3 број малих коцки. Тада је број коцки без иједне обојене стране $(n-2)^3$ (5 поена), а број коцки са једном обојеном страном $6(n-2)^2$ (5 поена). Следи да је $(n-2)^3 = 6(n-2)^2$, одакле је $n-2 = 6$, тј. $n = 8$ (8 поена). Велика коцка је исечена на $8^3 = 512$ малих коцки (2 поена).

4. (МЛ 49/2) Нека су ознаке као на слици. Тада је $AA_1 = 7\text{cm}$, $BB_1 = 17\text{cm}$, $CC_1 = 27\text{cm}$, $AD = 25\text{cm}$. Четвороугао BB_1C_1C је траpez ($BB_1 \parallel CC_1$) па је дужина средње линије $DD_1 = 22\text{cm}$ (7 поена). Четвороугао ADD_1A_1 је правоугли траpez, а дужина тражене пројекције једнака је страници трапеza A_1D_1 . Применом Питагорине теореме на правоугли траpez израчунавамо да је дужина тражене пројекције $A_1D_1^2 = AD^2 - (DD_1 - AA_1)^2$ (10 поена), тј. $A_1D_1 = 20\text{cm}$ (3 поена).

5. $420 = 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7$. Претпоставимо да ниједан од 12 датих бројева чији је збир 83 није дељив са 3. Минимум њиховог збира је $1 + 2 + 4 + 5 + 7 + 8 + 10 + 11 + 13 + 14 + 16 + 17 = 108 > 83$. Следи да неки од 12 бројева мора бити дељив са 3, па је и њихов производ дељив са 3 (4 поена). Аналогно формирајући посебно минимуме збирова бројева који нису дељиви са 4 (96) (4 поена), који нису дељиви са 5 (90) (4 поена) и бројева који нису дељиви са 7 (84) (4 поена) закључујемо да бар неки од бројева морају бити дељиви са 4, са 5 и са 7. Дакле, производ је дељив са 3, 4, 5 и 7 па је дељив и са 420 (4 поена).

